

Innhold

	Velkommen til studiet	15
Kapittel 1	Tall	19
	<i>Reinert A. Rinbold, Kristin Ran Choi Hinna, Trond Stølen Gustavsen og Trude Sundtjønn</i>	
1.1	Hva er tall?	20
1.2	Ulike aspekter ved tall	23
1.3	Et historisk blikk på tallsystemets utvikling.....	24
1.3.1	Additive tallsystemer.....	26
1.3.2	Siffersystemer.....	27
1.3.3	Multiplikative systemer	28
1.3.4	Posisjonssystemer.....	30
1.3.5	Titallsystemet og representasjoner.....	32
1.3.6	Posisjonssystemer med andre grunntall.....	36
1.4	Det grunnleggende tallbegrepet.....	43
1.4.1	Kardinaltall	44
1.4.2	Kvantorer	47
1.4.3	Invarianser for antall	49
1.4.4	De fem telleprinsippene.....	50
1.4.5	Tidlig utvikling av antallsbegrepet.....	53
1.4.6	Abstraksjon og representasjon av antall.....	54
1.4.7	Ordinaltall.....	58
1.4.8	Læring av posisjonssystemet.....	60
1.5	Regneartene.....	65
1.5.1	Addisjon	67
1.5.2	Subtraksjon og negative tall.....	84
1.5.3	Multiplikasjon	94
1.5.4	Divisjon	112
1.5.5	Hoderegning	122

1.6	Brøk	126
1.6.1	Brøkens ulike betydninger	128
1.6.2	Ulike modeller for brøk.....	133
1.6.3	Likeverdige brøker.....	138
1.6.4	Sammenlikning av brøker	141
1.6.5	Addisjon av brøk.....	145
1.6.6	Multiplikasjon av brøk.....	149
1.6.7	Divisjon med brøk.....	154
1.7	Desimaltall og prosent	159
1.7.1	Prosent.....	163
1.7.2	Overgang mellom desimaltall og brøk.....	164
1.8	Utvidelser av tallområdet	169
	Referanser	174

Kapittel 2

Algebra.....	177	
<i>Reinert A. Rinbold, Trond Stølen Gustavsen, Kristin Ran Choi Hinna og Trude Sundtjønn</i>		
2.1	Hva er algebra?	177
2.2	Hva er algebraisk tenkning?.....	178
2.3	Prealgebra.....	182
2.3.1	Konvensjoner i matematikken	183
2.3.2	Likhet mellom tall	184
2.4	Tidlig algebra.....	187
2.4.1	Variabler og funksjonssammenhenger.....	187
2.4.2	Tallfølger og regneoperasjoner som funksjoner	193
2.4.3	Situasjonsbaserte visuelle tallmønster.....	194
2.4.4	Symbolsk generalisering.....	203
2.4.5	Variabler i regneark	206
2.4.6	Generaliserte tall og multiplikasjon av negative tall ..	208
2.4.7	Likninger og funksjoner.....	216
2.5	Lineære funksjoner	226
2.5.1	Likninger og balansetenkning.....	228
2.5.2	Problemløsning og likninger	232
2.5.3	Lineære likningssystemer.....	235
2.5.4	Lineære ulikheter.....	240
2.6	Potenser og eksponentialfunksjoner	245
2.6.1	Potenser.....	245
2.6.2	Standardform for tall.....	254
2.7	Grafer	259
2.8	Delelighet og faktorisering	263
2.8.1	Delelighet	263
2.8.2	Faktorisering	270
	Referanser	276

Kapittel 3

Geometri og måling	277
<i>Trond Stølen Gustavsen, Kristin Ran Choi Hinna, Reinert A. Rinvoll, Trude Sundtjønn og Andrea Hofmann</i>	
3.1	Elevers møte med geometri..... 278
3.2	Todimensjonale geometriske figurer..... 279
3.2.1	Punkter og linjer..... 279
3.2.2	Mangekanter..... 282
3.2.3	Sirkler..... 289
3.3	Nivåer i utvikling av geometrisk forståelse..... 292
3.3.1	van Hiele-nivå 1 – Visualisering..... 294
3.3.2	van Hiele-nivå 2 – Analyse..... 295
3.3.3	van Hiele-nivå 3 – Abstraksjon og uformell deduksjon..... 296
3.3.4	van Hiele-nivå 4 – Deduksjon..... 297
3.3.5	Overganger i van Hiele-modellen..... 297
3.4	Den tidlige geometriopplæringen..... 299
3.5	Tredimensjonale geometriske figurer..... 307
3.6	Måling og måleenheter..... 317
3.6.1	Hva er måling?..... 318
3.6.2	Måleenheter..... 318
3.6.3	Måling i skolen..... 320
3.6.4	Måling av lengde..... 320
3.6.5	Måling av areal..... 326
3.6.6	Måling av volum..... 330
3.6.7	Måling av vinkler..... 333
3.6.8	Måling av tid..... 335
3.6.9	Måleusikkerhet..... 337
3.6.10	Avrunding..... 339
3.7	Beregning av areal og omkrets..... 343
3.7.1	Areal av mangekanter..... 343
3.7.2	Omkrets av mangekanter og andre figurer..... 347
3.7.3	Areal og omkrets av en sirkel..... 348
3.8	Beregning av volum og overflateareal..... 353
3.8.1	Overflateareal til polyeder, sylinder og kjegle..... 353
3.8.2	Volum til polyeder, sylinder og kjegle..... 356
3.9	Geometriske steder og konstruksjon..... 362
3.9.1	Geometriske steder..... 362
3.9.2	Konstruksjon med passer og linjal..... 364
3.9.3	Konstruksjon ved hjelp av papirbretting..... 365
3.9.4	Geometriske figurer i koordinatsystem..... 367
3.9.5	Konstruksjon i GeoGebra..... 369
3.9.6	Konstruksjon ved hjelp av programmering..... 370
3.10	Kongruensavbildninger og symmetri..... 375
3.10.1	De fire typene av kongruensavbildninger..... 375
3.10.2	Symmetri..... 383

3.11	Kongruenssetningene.....	393
3.12	Formlikhet.....	399
3.13	Bevis for grunnleggende setninger i geometri.....	409
3.13.1	Utgangspunkt for argumentasjon i geometri i skolematematikken.....	409
3.13.2	Vinkelsum.....	410
3.13.3	Pytagoras' setning.....	411
	Referanser.....	418

Kapittel 4

	Statistikk og sannsynlighet.....	419
	<i>Reinert A. Rinbold, Trond Stølen Gustavsen, Trude Sundtjønn og Kristin Ran Choi Hinna</i>	
4.1	Statistikk på småskoletrinnet.....	420
4.2	Datainnsamling.....	424
4.3	Tabeller og diagrammer.....	426
4.4	Sentralmål.....	434
4.4.1	Gjennomsnitt.....	435
4.4.2	Typetall.....	436
4.4.3	Median.....	437
4.4.4	Oppsummering.....	440
4.5	Spredningsmål.....	442
4.6	Misbruk av statistikk.....	447
4.7	Sannsynlighetsbegrepet.....	450
4.7.1	Teoretisk og empirisk sannsynlighet.....	451
4.7.2	Subjektiv sannsynlighet.....	454
4.7.3	Tilfeldige forsøk.....	456
4.7.4	Empirisk sannsynlighet og store talls lov.....	459
4.7.5	Utfall med forskjellig sannsynlighet.....	462
4.8	Sannsynlighetsmodeller.....	467
4.8.1	Realistiske og urealistiske sannsynlighetsmodeller.....	475
4.8.2	Simulering av tilfeldige forsøk.....	478
4.9	Erfaring, språk og læring.....	479
4.10	Sammensatte forsøk.....	484
4.10.1	Multiplikasjonssetningen for sammensatte forsøk.....	484
4.10.2	Komplement og komplementære hendelser.....	490
4.11	Sannsynlighetsregningens historie.....	493
4.12	Kombinatorikk.....	496
4.12.1	Multiplikasjonsprinsippet.....	496
4.12.2	Rekkefølger.....	498
4.12.3	Utvalg.....	500
	Referanser.....	506

Kapittel 5
Matematisk resonnering, argumentasjon og bevis på barnetrinnet ... 507
Ole Enge og Anita Valenta

5.1	Hva er matematisk resonnering, argumentasjon og bevis?...	509
5.2	Argumentasjon og bevis for ulike typer hypoteser	514
5.2.1	Generelle hypoteser	515
5.2.2	Hypoteser som omhandler endelig mange eksempler	523
5.2.3	Hypoteser som omhandler enkelt eksempler	524
5.3	Hvorfor bevis i skolematematikk?	526
5.4	Elevers utfordringer i arbeid med matematisk resonnering...	528
5.5	Å undervise i matematisk resonnering	529
5.6	Aktiviteter som fremmer matematisk resonnering	533
	Referanser	544

Kapittel 6
Programmering i matematikkundervisningen 545
Odd Tore Kaufmann, Børre Stenseth og Sanna Forsström

6.1	Programmering	546
6.1.1	Hva er algoritmisk tenkning?	548
6.1.2	Programmering i Kunnskapsløftet 2020 (LK20)	550
6.2	Grunnleggende ferdigheter og strukturer i programmering...	551
6.2.1	Algoritmebeskrivelse	552
6.2.2	Sentrale begreper	555
6.3	Undervisning i programmering	561
6.3.1	Kopiering	561
6.3.2	Feilretting	561
6.3.3	Iterasjoner	562
6.3.4	Kreativitet	563
6.3.5	Samarbeid	564
6.3.6	Use, modify og create	564
6.3.7	Lærerrollen	566
6.4	Frakoblet programmering	567
6.4.1	Eksempler på aktiviteter med frakoblet programmering	568
6.5	Blokkbasert programmering	578
6.5.1	Kom i gang med Scratch	578
6.5.2	Flere eksempler på aktiviteter med Scratch	583
6.6	Tekstbasert programmering	593
6.6.1	Dat typer	595
6.6.2	Lister	596
6.6.3	Løkker	596
6.6.4	Betingelser	597
6.6.5	Tall og matematikk	597
6.6.6	Skilpaddegrafikk	597

6.7	Alternative programmeringsspråk	606
6.7.1	micro:bit	607
6.7.2	Lego Mindstorms	612
6.7.3	Alternative tekstbaserte språk.....	613
	Referanser	617

Kapittel 7

Helhetlig matematikkundervisning 619

Ole Enge og Anita Valenta

7.1	Matematikkundervisning	619
7.2	Matematisk kompetanse	624
7.2.1	Begrepsmessig forståelse.....	625
7.2.2	Kunnskap om framgangsmåter.....	626
7.2.3	Resonnerende tankegang.....	627
7.2.4	Strategisk tankegang.....	628
7.2.5	Produktiv tilbøyelighet.....	629
7.2.6	Utvikling av matematisk kompetanse	629
7.3	Undervisningspraksiser for helhetlig matematikkundervisning	630
7.3.1	Sette tydelige faglige mål	631
7.3.2	Bruke oppgaver med høye kognitive krav	632
7.3.3	Bruke ulike representasjoner	635
7.3.4	Legge til rette for meningsfull matematisk samtale ...	637
7.3.5	Stille hensiktsmessige spørsmål	639
7.3.6	Bygge kunnskap om framgangsmåter med utgangspunkt i begrepsmessig forståelse.....	640
7.3.7	Støtte produktivt strev	642
7.3.8	Vurdering for læring som en del av undervisningen...	643
7.3.9	Helhetlig matematikkundervisning - en oppsummering.....	645
7.4	Planlegging av matematikkundervisning	646
	Referanser	656

Kapittel 8

Språk og didaktiske verktøy..... 659

Kristin Ran Choi Hinna og Reinert A. Rinold

8.1	Semiotikk.....	660
8.2	Læring av tegn og begreper.....	666
8.3	Representasjoner.....	671
8.4	Visualisering og konkretisering.....	674
8.5	Det flerkulturelle aspektet.....	680
8.5.1	Flerkulturelle elever	681
8.5.2	Telling og tallord	683
8.5.3	Ord og symboler for brøk.....	686

8.5.4	Tid	688
8.5.5	Hvor mye eller hvor mange?	691
8.5.6	Leseretning	692
8.6	Tilpasset opplæring	694
8.6.1	Elever som sliter med matematikken	695
8.6.2	Elever som lykkes med matematikk	697
8.7	Kognitive kart	699
8.8	Diagnostisk undervisning	707
8.8.1	Misoppfatninger	708
8.8.2	Diagnostiske oppgaver	710
8.8.3	Oppfølging av diagnostiske oppgaver	712
8.9	Undersøkelseslandskap	716
8.9.1	Skovsmoses oppgavetyper	717
8.9.2	Didaktiske refleksjoner	720
8.10	Matematisk problemløsning	722
8.11	Læringsarenaer	726
8.11.1	Valg av læringsarena	727
8.11.2	Stasjonsundervisning	727
8.11.3	Selvstendig arbeid	728
	Referanser	729

Kapittel 9

Kunnskapsløftet	731	
<i>Kristin Ran Choi Hinna og Mona Røsseland</i>		
9.1	Læreplanhistorie	731
9.2	Matematikkfagets formål	733
9.3	Oppbygning av læreplanen i matematikk	736
9.4	Kjerneelementene i matematikk	737
9.4.1	Utforskning og problemløsning	738
9.4.2	Modellering og anvendelse	743
9.4.3	Resonnering og argumentasjon	746
9.4.4	Representasjon og kommunikasjon	751
9.4.5	Abstraksjon og generalisering	755
9.5	De matematiske kunnskapsområdene	762
9.5.1	Tall og tallforståelse	768
9.5.2	Algebra	769
9.5.3	Geometri	771
9.5.4	Statistikk og sannsynlighet	773
9.6	Tverrfaglige temaer	778
9.6.1	Folkehelse og livsmestring	778
9.6.2	Demokrati og medborgerskap	779

9.7	Grunnleggende ferdigheter	780
9.7.1	Muntlige ferdigheter i matematikk	780
9.7.2	Å kunne skrive i matematikk	781
9.7.3	Å kunne lese i matematikk	781
9.7.4	Digitale ferdigheter i matematikk	782
9.7.5	Å kunne regne i andre fag	783
9.8	Overordnet del	795
9.8.1	Menneskeverd	796
9.8.2	Identitet og kulturelt mangfold	797
9.8.3	Kritisk tenkning og etisk bevissthet	797
9.8.4	Skaperglede, engasjement og utforskertrang	798
9.8.5	Respekt for natur og miljøbevissthet	798
9.8.6	Demokrati og medvirkning	799
9.9	Internasjonale trender i læreplanutvikling	800
9.9.1	Eksempel fra Singapore	801
9.9.2	Eksempel fra USA	803
9.9.3	Eksempel fra Finland	805
	Referanser	807
	Om forfatterne	810
	Bildeliste	813
	Stikkord	817