

Innhold

	Velkommen til studiet	13
	Forord	13
	Innledning	14
Kapittel 1	Kalkulus	17
	<i>Inger Christin Borge</i>	
1.1	Funksjoner og reelle tall	17
1.1.1	Innledning	17
1.1.2	Funksjon og definisjonsmengde	18
1.1.3	Tallinja og intervaller	19
1.1.4	Diverse funksjoner	23
1.1.5	Begrepet grenseverdi	30
1.1.6	Begrepet kontinuitet og de reelle tallene	36
1.1.7	Fortegnsskjema og polynomdivisjon	43
1.1.8	Funksjonsdrøfting – definisjoner	50
1.2	Derivasjon	56
1.2.1	Gjennomsnittlig vekstfart	57
1.2.2	Momentan vekstfart – den deriverte	61
1.2.3	Derivasjon	68
1.2.4	Derivasjonsregler	71
1.2.5	Den dobbeltderiverte	79
1.2.6	Funksjonsdrøfting	80
1.2.7	Maksimums- og minimumsproblemer	90
1.3	Integrasjon	93
1.3.1	Areal under en graf – det bestemte integralet	94
1.3.2	Integrasjon og antiderivasjon	105
1.3.3	Antiderivasjon – det ubestemte integralet	111
1.3.4	Substitusjon og delvis integrasjon	116
1.3.5	Areal til et område	123
1.3.6	Volum til et omdreiningslegeme	127
1.3.7	Overflate til et omdreiningslegeme	133

1.4	Ekspontialfunksjoner og differensiallikninger	139
1.4.1	Logaritmer og eksponenter	139
1.4.2	Ekspontial- og logaritmefunksjoner	144
1.4.3	Derivasjon og integrasjon av eksponential- og logaritmefunksjoner	151
1.4.4	Differensiallikninger	154
1.4.5	Første ordens lineære differensiallikninger	156
1.4.6	Separable differensiallikninger	165
1.4.7	Modellering – anvendelser	169

Kapittel 2	Tallenes hemmeligheter	177
	<i>Olav Gravir Imenes</i>	
2.1	Innledning	177
2.2	Regning med hele tall	181
2.2.1	Velordningsprinsippet	181
2.2.2	Lukkethet under operasjoner	184
2.2.3	Divisjon	186
2.2.4	Delelighet	192
2.2.5	Minste felles multiplum og største felles faktor	195
2.2.6	Euklids algoritme for å finne største felles faktor	200
2.3	Kongruens	206
2.3.1	Definisjon av kongruens	206
2.3.2	Eksempler på kongruens	210
2.3.3	Regning med rester	213
2.3.4	Formelle bevis for regneregler i kongruensregning	218
2.3.5	Delelighetsregler	226
2.3.6	Feiloppdaging ved hjelp av kongruensregning	229
2.4	Lineære kongruenslikninger	233
2.4.1	Løsning med klokkeметoden	233
2.4.2	Løsning med multiplikasjonstabell	239
2.4.3	Nulldivisorer	240
2.4.4	Løsning med diofantiske likninger	245
2.5	Heltallsløsninger av lineære likninger	246
2.5.1	Løsning av diofantiske likninger	246
2.5.2	Pytagoreiske tripler	258
2.6	Tallenes byggesteiner: Primtall	261
2.6.1	Eratostenes' såld	263
2.6.2	Bruk av aritmetikkens fundamentalteorem til å skrive og multiplisere tall	265
2.6.3	Bevis av aritmetikkens fundamentalsetning	266
2.7	Kryptografi	270
2.7.1	Bokstavkoder	271
2.7.2	Feiloppdagingskoder	279
2.7.3	Koder med offentlig nøkkel	284

2.8	Fibonacci-tallene	299
2.8.1	Historisk eksempel: Kaninoppdrett	299
2.8.2	Det gylne snitt	302
2.8.3	I naturen	307
2.8.4	Binets formel	309
2.8.5	Ekspontiell vekst av kaniner	310
	Litteratur	311
Kapittel 3	Geometri	313
	<i>Nils Henry Rasmussen</i>	
3.1	Vektorregning	313
3.1.1	Innledning	313
3.1.2	Definisjoner	314
3.1.3	Regneregler for vektorer	318
3.1.4	Metriske egenskaper til vektorer i planet	330
3.1.5	Flere anvendelser av skalarproduktet	347
3.1.6	Projeksjoner	353
3.1.7	Bevis av setninger i geometrien med vektorregning	359
3.2	Avbildninger i planet og symmetrier	363
3.2.1	Innledning	363
3.2.2	Avbildninger i planet	364
3.2.3	Sammensetninger av kongruensavbildninger	372
3.2.4	Odde og like avbildninger	375
3.2.5	Bevis av teoremet	382
3.2.6	Symmetrier	390
3.2.7	Grupper	398
3.2.8	Avbildninger som ikke er kongruensavbildninger, og matriser	401
	Litteratur	404
Kapittel 4	Statistikk og kvantitativ metode	405
	<i>Knut Ole Lysø</i>	
4.1	Stokastiske forsøk og stokastisk variabel	408
4.1.1	Forventet verdi	409
4.1.2	Varians og standardavvik	411
4.2	Normalfordelingen	414
4.2.1	Standard normalfordeling	416
4.2.2	Generell normalfordeling	419
4.3	Populasjon, utvalg og utvalgsfordelinger	422
4.3.1	Ulike typer utvalg	422
4.3.2	Hva vi skal skaffe informasjon om	424
4.3.3	Utvalgsfordelingen til middelveidien og andeler	426
4.3.4	Grensefordeling og sentralgrenseteoremet	430
4.3.5	Utvalgsfordeling til andeler	435

4.4	Estimering	439
4.4.1	Punktestimator og punktestimat	439
4.4.2	Intervallestimat/konfidensintervall for gjennomsnittet μ	444
4.4.3	Intervallestimat/konfidensintervall for andelen p	450
4.4.4	Intervallestimat/konfidensintervall for forskjell i andeler $p_1 - p_2$	453
4.4.5	Intervallestimat/konfidensintervall for forskjell i gjennomsnitt $\mu_1 - \mu_2$	457
4.5	Hypoteseprøving	462
4.5.1	Hypoteser om en binomisk p eller andelen $p = S/N$ - innledende problemstillinger	465
4.5.2	Hypoteser om et populasjonsgjennomsnitt μ	480
4.6	Hypoteseprøving mellom to populasjoner	488
4.6.1	Hypoteseprøving mellom to andeler p_1 og p_2	489
4.6.2	Hypoteseprøving mellom to populasjonsgjennomsnitt μ_1 og μ_2	495
4.6.3	Hypoteseprøving mellom to populasjonsgjennomsnitt i relaterte stikkprøver	500
4.7	Lineære sammenhenger mellom variable	503
4.7.1	Korrelasjon og korrelasjonskoeffisient	504
4.7.2	Hypoteser om korrelasjonskoeffisienten i populasjonen	510
4.7.3	Enkel regresjon	512
4.7.4	Hypoteseprøving i modellen enkel regresjon	517
	Statistiske tabeller	525
	Litteratur	529

Kapittel 5 **Kvalitative metoder i matematikdidaktisk forskning** 531

	<i>Kristin Ran Choi Hinna</i>	
5.1	Innledning	531
5.1.1	Hva er matematikdidaktikk?	532
5.1.2	Hva er forskning?	532
5.2	Bacheloroppgaven	534
5.2.1	Eksempler på bacheloroppgaver i matematikdidaktikk	534
5.3	Ulike tilnærminger til datainnsamling	537
5.3.1	Observasjon	538
5.3.2	Intervju	542
5.3.3	Triangulering	545
5.3.4	Dokumentanalyse	546
5.4	Analyse, tolkning og fortolkning	547
5.5	Validitet og reliabilitet	549
5.5.1	Validitet	549
5.5.2	Reliabilitet	552
5.6	Etikk	554

5.7	Bacheloroppgaven: Forberedelser og skriving	559
5.7.1	Forberedelser	559
5.7.2	Skrive en fagtekst	562
	Litteratur.....	565
Kapittel 6	Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 5.-10. trinn.....	567
	<i>Arne Jakobsen, Janne Fauskanger, Reidar Mosvold og Raymond Bjuland</i>	
6.1	Innledning.....	567
6.2	Undervisningskunnskap i matematikk - UKM.....	573
6.2.1	Ulike deler av UKM	576
6.3	Avrunding.....	585
	Litteratur.....	587
Kapittel 7	Kunnskapskvartetten i matematikk	589
	<i>Bodil Kleve</i>	
7.1	De fire kategoriene i kvartetten – en utdypning	592
7.1.1	Foundation.....	592
7.1.2	Transformation.....	594
7.1.3	Connection.....	595
7.1.4	Contingency.....	596
7.2	Kunnskapskvartetten – hvorfor og hvordan?	
	Eksempler fra klasserommet.....	597
7.2.1	Brøk i 5. klasse – eksempel 1	597
7.2.2	Brøk i 5. klasse – eksempel 2.....	605
7.2.3	Sammenhengen i matematikktimen (connection).....	612
7.2.4	Geometri på ungdomstrinnet	614
7.3	Oppsummering.....	619
	Litteratur.....	620
Kapittel 8	Internasjonale studier i matematikk – design, relevans, resultater og trender.....	621
	<i>Liv Sissel Grønmo</i>	
8.1	Internasjonale komparative undersøkelser i matematikk	622
8.2	Kjennetegn på matematikk i norsk skole	624
8.2.1	Utviklingen i matematikkprestasjoner i Norge fra 1995 til 2011	628
8.3	Tilbakegang og framgang på ungdomstrinnet i nordiske land ...	630
8.3.1	Algebra i Norge, Sverige og Finland.....	631
8.3.2	Eksempler på oppgaver fra TIMSS	633
8.3.3	Norske elevers prestasjoner i aritmetikk på barnetrinnet ..	634
8.4	Norske elevers prestasjoner i algebra på ungdomstrinnet.....	636

8.5	Norske elevers prestasjoner i matematikk i slutten av videregående skole.....	638
8.6	Norske lærerstudenters prestasjoner i algebra	640
8.7	Ulike trender i Norge og Sverige.....	644
8.8	Oppsummering	646
	Litteratur	648

Kapittel 9 **Vurdering** **651**

Helga Kufaaas Tellefsen

9.1	Kontroll eller tilrettelegging for læring?	652
9.2	Nasjonale og internasjonale tester	654
	9.2.1 Internasjonale tester	654
	9.2.2 Nasjonale tester - Hva forteller de?	656
9.3	Vurdering for læring.....	661
	9.3.1 Matematisk kompetanse	662
	9.3.2 Undervisningskunnskap	663
	9.3.3 Vurdering for læring i klasserommet.....	663
	9.3.4 Undervisningssekvens.....	669
9.4	Standpunktvurdering	684
	Litteratur	687

Kapittel 10 **Kartlegging og undervisning i dynamisk perspektiv** **689**

Svein Austrup og Ketil Johnsen

10.1	Innledning	689
10.2	Dynamisk kartlegging	690
	10.2.1 Utgangspunkt for kartlegging.....	692
	10.2.2 Hva forteller tradisjonelle kartleggingsprøver, og hva trenger læreren å vite?	695
	10.2.3 Fange opp eleven som sliter i matematikk.....	697
	10.2.4 Å støtte eleven til mestring	697
	10.2.5 Den dynamiske kommunikasjonen.....	699
	10.2.6 Hvem kartlegger	700
	10.2.7 Første gang - forberedelser	701
	10.2.8 Erfaringer fra dynamisk kartlegging.....	702
	10.2.9 Å lete etter elevens uformelle matematikkunnskaper... ..	703
	10.2.10 I møte med eleven.....	704
	10.2.11 Gjennomføring av dynamisk kartlegging - Jonas, 7. trinn.....	705
	10.2.12 Supplerende kartlegging.....	710
	10.2.13 Hva vi fant.....	712

10.3	Dynamisk undervisning	713
10.3.1	Planlegging av tiltak	717
10.3.2	Tiltak rettet mot Jonas	718
10.3.3	Oppgaveformer	721
10.3.4	Struktur og prosess	725
10.3.5	Samhandling og metakognisjon	734
10.4	Betydningen av vurdering	739
10.5	Oppsummering	740
	Litteratur	741

Kapittel 11 Problemløsning i matematikk

	<i>George H. Hitching og Hans Wilhelm Mørch</i>	
11.1	Innledning	745
11.1.1	Oversikt over innhold	746
11.2	Hva er problemløsning?	747
11.2.1	Et relativt begrep	748
11.2.2	Ikke bare én løsningsmetode	749
11.2.3	Holdninger til matematikkfaget	750
11.2.4	Utforskning	751
11.3	Pólyas strategi for problemløsning	752
11.3.1	Fire faser	753
11.3.2	Eksempler på Pólyas strategi i praksis - løste problemer	755
11.3.3	Pólya om heuristikk	764
11.3.4	Misoppfatninger rundt Pólyas strategi	767
11.3.5	Pólya på grunnskolen	769
11.4	Problemløsning og gruppearbeid	770
11.4.1	Oppgaver til gruppearbeid	770
11.4.2	Heterogene eller homogene grupper	770
11.4.3	Ikke bare gruppearbeid	771
11.5	Utfordringer	772
11.5.1	Det skal være ekte problemløsning	772
11.5.2	Å komme gjennom pensum	772
11.5.3	Faglig kunnskap	773
11.6	Problemløsningsoppgaver	774
11.7	Kilder med problemløsningsoppgaver	776
	Litteratur	777

Kapittel 12	Utematematikk.....	779
	<i>Dag Gulaker</i>	
12.1	Om matematikk ute.....	785
12.2	Hva gjør vi? Aktiviteter.....	786
12.3	Eksempler på tema som kan knyttes til utematematikk.....	788
12.3.1	Nedbør og måling av nedbør.....	788
12.3.2	Vann, vannforbruk og vann som ressurs.....	792
12.3.3	Besøk et kraftverk.....	796
12.3.4	Aktiviteter med vann.....	796
12.3.5	Måling av avstander og høyder.....	797
12.3.6	Hvor mange liter er et tre?.....	800
12.3.7	Geometriske former.....	802
12.3.8	Symmetri.....	804
12.3.9	Puls.....	806
12.3.10	Mål og spiss vinkel.....	810
12.3.11	Regn med avfallet vårt.....	811
12.3.12	Synslengde, siktlinje og høyde.....	813
12.3.13	Lengde- og breddegrader, GPS.....	814
12.3.14	Strikk og funksjoner.....	816
12.3.15	Rasvinkel.....	817
12.3.16	Trafikk.....	818
12.3.17	Fangst/gjenfangst.....	819
12.3.18	Lyd, trafikkstøy og måling.....	821
12.3.19	Den matematiske turen.....	821
12.3.20	Sola, himmelretning og tid.....	822
	Litteratur.....	826
	Presentasjon av redaktører og forfattere.....	827
	Bildeliste.....	833
	Stikkord.....	835